Математические истории о Рыболовах и Рыбоедах

Кто из нас хотя бы разочек не сидел на утренней зорьке в лодке или на мостике, с замиранием сердца глядя на подрагивающий поплавок? Или не наматывал понемногу катушку спиннинга — в надежде, что вот сейчас...

За это лето у ребят накопилось некоторое количество математических историй, связанных с ловлей рыбы или ее поеданием. Конечно, бывает и такое, что Рыболов и Рыбоед совмещаются в одном лице. И у нас так будет. Однако в большинстве наших задач мы их все же будем различать.

Вот какие рыболовно-математические истории мы собираемся Вам поведать. А по совместительству они — еще и любопытные задачки!

Задача 1.

Два рыболова поймали соответственно 6 и 5 одинаковых рыб. Стали варить уху. Пришел Рыбоед и попросил отведать ухи. Уха была разделена поровну — всем троим. В благодарность Рыбоед оставил 11 яблок. Как их разделить Рыболовам в зависимости от вклада в уху?

<u>*Решение.*</u>

Вся уха (а это 11 рыб) оценена в $11\cdot3=33$ (яблока). Тогда стоимость одной рыбы равна 33:11 = 3 (яблока). Первый поймал рыбы на $3\cdot6=18$ (яблок). Однако сам (как и остальные) съел ухи на 11 яблок. Тогда ему причитается 7 яблок. Второй поймал на $3\cdot5=15$ (яблок). Но сам тоже съел на 11 яблок. Значит, он должен получить 4 яблока.

Задача 2.

Три одинаковых карася тяжелее, чем четыре одинаковых окуня. Что тяжелее — четыре карася или пять окуней?

<u>*Решение.*</u>

Из условия следует, что один карась тяжелее, чем один окунь. Если к трем карасям добавить одного "тяжелого" карася, а к четырем окуням — "легкого" окуня, то неравенство сохранится. Караси по - прежнему тяжелее, чем окуни.

Задача 3.

— Сколько ты поймал рыбы? — спросили Рыболова.

— Половину восьми, шесть без головы и девять без хвоста! — был ответ.

Сколько рыбы поймал Рыболов?

<u>*Решение.*</u>

Ни одной рыбы:

 половина восьми;  шесть без головы;  девять без хвоста.

Задача 4.

Рыбоед заглянул в харчевню "Три пескаря".

— Сколько стоит порция ухи с тремя пескарями?

— Два с половиной сольдо.

— А полторы ухи с тремя пескарями?

— Два сольдо.

Задумался Рыбоед: "Сколько же стоят просто три пескаря?"

Решение.

Полпорции ухи (без пескарей) стоит 2,5 - 2 = 0,5 сольдо. Тогда вся уха (без пескарей) стоит $0,5 \cdot 2 = 1$ сольдо. А просто три пескаря стоят 2,5 - 1 = 1,5 сольдо.

Задача 5.

Два Рыболова сидят на мостике. Один ловит судаков на спиннинг (на живца). Другой — бычков на удочку (на червяка). В очереди на живца — 10 судаков. В очереди на червяка — 100 бычков. Во сколько раз вторая очередь длиннее первой, если интервалы в обоих очередях одинаковы?

Решение.

Число интервалов между судаками равно 9, а между бычками — 99. Поэтому вторая очередь длиннее первой в 11 раз.

Задача 6.

5 Рыбоедов съедают 5 лещей за полчаса. За какое время 10 Рыбоедов съедят 10 лещей?

Ответ. За те же полчаса.

Задача 7.

Не кажется ли странной такая фраза Рыболова: "Вчера я поймал 4/5 пойманных рыб плюс еще 4/5 рыбы"? Сколько же рыб поймал вчера Рыболов?

Решение.

Не кажется странной. Пусть Рыболов поймал x рыб. Тогда составим уравнение: $\frac{4}{5}x + \frac{4}{5} = x$; $\frac{1}{5}x = \frac{4}{5}$, откуда x = 4.

Задача 8.

Вот, что стало известно о только что пойманном карпе: хвост весит 150 г; голова — столько, сколько хвост и половина туловища, а туловище — сколько голова и хвост вместе. Сколько же весит карп?

Решение.

Итак, хвост весит 150 г. Дальнейшее условие запишем таким образом:

Г = Х + 1/2Т *(1)*

Т = Г + Х *(2)*

Из *(1)* и *(2)* получаем: Т = 2Х + 1/2Т, откуда 1/2Е = 2Х = 2 · 150 = 300, или Т = 600.

Поскольку туловище весит 600 г, то из *(1)* имеем: Г = 150 + 1/2 · 600 = 450 г. Тогда весь карп весит 450 + 600 + 150 = 1200 (г), или 1 кг 200 г.

Задача 9.

Рыболов и Рыбоед подошли к широкой реке. Дело было поздней осенью и плыть самостоятельно невозможно. На берегу стояла лодка, способная перевезти лишь одного человека. Тем не менее, они переправились через реку и продолжили свой путь. Как такое могло быть?

Решение.

Они подошли к реке с разных сторон.

Задача 10.

Недалеко от берега одна за другой плавают шесть стаек верховодок. Число их в каждой соседней стайке отличается на 1. Может ли во всех стайках быть 182 рыбки?

Решение.

Каждые две соседние стайки объединим в пары. Пар получится 3. И в каждой паре сумма рыбок нечетна (в одной стайке на одну верховодку больше, чем в другой). Сложив три раза нечетные

Задача 11.

На симпозиуме, посвященном ловле и поеданию рыбы, оказалось, что каждый Рыболов знаком с шестью Рыболовами и девятью Рыбоедами. А каждый Рыбоед знаком с семью Рыбоедами и десятью Рыболовами. Кого на симпозиуме больше, если Рыболов и Рыбоед - разные люди?

Решение.

Пусть Рыболовов на симпозиуме x человек, а Рыбоедов y. Предположим, что все Рыболовы вручили своим друзьям — Рыбоедам визитные карточки. Таких карточек будет $9x$ штук. Но это же число равно и 10y, так как каждый Рыбоед получил по 10 визитных карточек от Рыболовов. Следовательно, 9x = 10y. Отсюда следует, что x > y. Рыболовов больше!..

Задача 12.

Андрей с сыном и Петр с сыном были на рыбалке. Андрей поймал столько же рыб, сколько его сын. Петр поймал втрое больше, чем его сын. Всего было поймано 25 рыб. Сколько рыб поймал Петр?

Решение 1.

Пусть Андрей и сын поймали по x рыб. Сын Петра поймал y рыб, а Петр — $3y$ рыб. Тогда получаем уравнение: $2x + 4y = 25$, которое неразрешимо в целых числах, ибо в левой части равенства — число четное, а в правой — нечетное.

Решение 2.

Такая рыбалка могла состояться, если Андрей является сыном Петра!!! Пусть в таком случае Андрей со своим сыном поймали по x рыб. А Петр — в 3 раза больше сына, то есть $3x$ рыб. Следовательно, $x + x + 3x = 25$. Откуда, $x = 5$ и $3x = 15$. Петр поймал 15 рыб.

Задача 13.

Рыболов насаживал на крючок МУХУ. Рыбоед скептически ухмылялся: "ХА!". Однако УХА, которую они потом вместе ели, получилась на славу!.. Расшифруйте ребус, каждая буква означает лишь одну цифру:

$$
\begin{array}{l|l}
\text{МУХА} & \text{ХА} \\ \cline{2-2}
\underline{\text{ХА}\phantom{\text{УХ}}} & \text{УХА} \\
\phantom{\text{М}}\text{КХ} & \\
\phantom{\text{М}}\underline{\text{АР}\phantom{\text{А}}} & \\
\phantom{\text{М}}\text{УХА} & \\
\phantom{\text{М}}\text{УХА} &
\end{array}
$$

Решение.

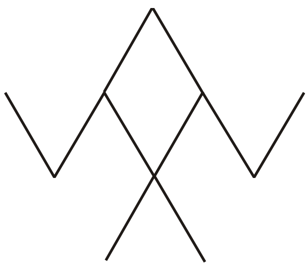
Так как при умножении ХА на У получаем ХА, то У = 1. При умножении ХА на Х получим двузначное число, меньшее 90. Действительно, при вычитании КХ - АР получим число, у которого один десяток (У = 1). Следовательно, при умножении Х на Х получим число, меньшее 9, то есть Х < 3. Значит, Х = 2 (поскольку 1 уже занято: У = 1).

Тогда Р = 0 (Х - Р = Х). А = 5, потому что только при умножении 5 на 2 можно получить число, оканчивающееся цифрой 0 ($Х \cdot А = Р$). Ребус расшифрован:

$$
\begin{array}{l|l}
3125 & 25 \\ \cline{2-2}
\underline{25} & 125 \\
62 & \\
\underline{50} & \\
125 & \\
125 &
\end{array}
$$

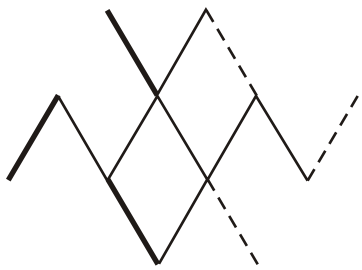
Задача 14.

Настоящий рак достанется тому, кто совладает со спичечным раком, ползущим вверх. Необходимо переложить три спички, чтобы он пополз вниз.



Решение.

Вот как!



Спички, указанные пунктиром, необходимо переложить на места, указанные жирными линиями.

Задача 15.

Рыболов: "Я поймал больше 100 рыб!"

Рыбоед: "Ты поймал меньше 100 рыб!"

Прохожий: "Ну, хотя бы одну рыбу ты точно поймал!"

Сколько рыб поймал Рыболов, если истинным является только одно из этих трех утверждений?

Решение.

Если верно первое утверждение, то верно и третье утверждение. Не подходит. Если истинным является второе утверждение, то Рыболов поймал 0 рыб. А если третье, то пойманных рыб ровно 100.

Ответ. 0 или 100.

Задача 16.

В пруду плавают 100 рыб: караси и окуни. Известно, что по крайней мере 1 окунь в пруду есть. А среди произвольно выбранной пары рыб хотя бы один — карась. Сколько карасей и сколько окуней в пруду?

Решение.

Окунь может быть только один. Двух окуней быть не может, ибо в таком случае в какой-то паре рыб может быть 2 окуня.

Ответ. 1 окунь и 99 карасей.

Задача 17.

В садке Рыболова 30 рыб — подлящиков и красноперок. Известно, что среди любых 12 рыб имеется хотя бы один подлящик. А среди 20 рыб — хотя бы одна красноперка. Сколько тех и сколько других рыб в садке Рыболова?

Решение.

Если бы в садке было 12 красноперок, то не выполнялось бы первое условие (хотя бы одна из 12 рыб — подлящик). Значит, красноперок не больше, чем 11. Если их меньше 11, например, 10, тогда подлящиков будет 20 и не выполнится второе условие (хотя бы одна из 20 рыб — красноперка). Значит, красноперок ровно 11, а подлящиков — ровно 19.

Задача 18.

Четыре Рыбоеда съели вместе 70 пескарей, причем каждому досталось хотя бы по одному пескарику. Первый съел больше, чем каждый из остальных второй и третий вместе съели 45 пескарей. Сколько пескарей съел четвертый?

Решение.

Поскольку второй и третий вместе съели 45 рыбок, то кто-то из них съел не менее 23 - х рыб. Тогда первый съел не меньше 24 пескарей. А первые трое вместе — не менее 45 + 24 = 69 (пескарей). Так как четвертому Рыбоеду что-то все же досталось, то первые трое съели 69 пескарей, а четвертый — ровно одного пескаря.

Задача 19.

Три Рыболова стараются поймать одного большого сома. Шансы на успех первого оцениваются как 3 из 5; второго — как 3 из 10; третьего — как 1 из 10. Какова вероятность того, что сом все-таки будет пойман?

Решение.

Вероятность того, что первый Рыболов не поймает сома, равна 2/5 = 0,4. У второго такая вероятность равна 7/10 = 0,7. А у третьего — 9/10 = 0,9. Тогда вероятность того, что сом не будет пойман, равна: $0{,}4 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}9 = 0{,}252$. Следовательно, вероятность успешной ловли сома равна 1 - 0,252 = 0,748.

Задача 20.

Три Рыболова делят большой улов сельди. Весов у них нет. А каждый должен быть уверен, что получил не меньше 1/3 всех пойманных рыб. Будь Рыболовов двое , все было бы просто: первый разделил улов на две равные (с его точки зрения) части и предложил выбрать второму любую из частей. Оба были бы уверены, что получили не менее ½ пойманной рыбы. Но рыболовов трое. Как им поступить?

Решение.

Первый рыболов делит улов на 3 равные (с его точки зрения) части и отходит в сторону. Второй и третий выбирают. Если они выберут разные части, то все в порядке — первый заберет оставшуюся часть. Если второй и третий сочтут лучшей одну и ту же часть, то кто-то из них делит ее пополам (с его точки зрения) и предлагает выбирать партнеру. Затем второй и третий выбирают лучшую часть из оставшихся двух. Если они вновь укажут на одну и ту же часть, то кто-то из них делит ее пополам (с его точки зрения) и предлагает выбирать партнеру. Затем второй и третий выбирают лучшую часть из оставшихся двух. Если они вновь укажут на одну и ту же часть, то процедура аналогична. А первый Рыболов заберет себе непонравившуюся им часть (он доволен, т.к. считает, что она составляет не менее 1/3 улова). Если же второй и третий укажут на разные части из оставшихся двух, то они делят выбранные ими части пополам (с их точки зрения) и в обоих случаях право выбора предоставляют первому Рыболову.

Задача 21.

Четверо Рыбоедов покупают вслепую огромного тунца. Первый внес половину суммы, вносимой остальными. Второй — треть суммы, вносимой остальными. Третий — четверть суммы, вносимой остальными. А четвертый — ровно 130 гривен. Сколько стоит тунец?

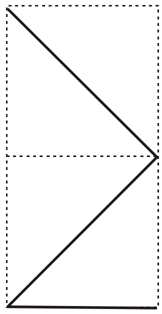
Решение.

Пусть первый внес y гривен. Тогда остальные внесли $2y$ гривен. Стало быть, первый внес сумму, равную 1/3 стоимости тунца. Пусть второй внес z гривен, а остальные — $3z$ гривен. Значит, второй внес 1/4 стоимости тунца. Аналогично, третий внес 1/5 стоимости тунца. Тогда, обозначив стоимость тунца через x, составим уравнение: $1/3x + 1/4x + 1/5x + 130 = x$, или $13/60x = 130$, откуда $x = 600$ (гривен).

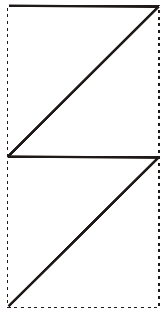
Задача 22.

На сей раз не Рыболов и не Рыбоед, а самый настоящий Аквариумист наблюдает, как плавает Золотая Рыбка в его аквариуме. Если смотреть на аквариум спереди, то Рыбка проплыла, как на рисунке *а*. А если смотреть справа — то как на рисунке *б*. А если смотреть сверху?

а)



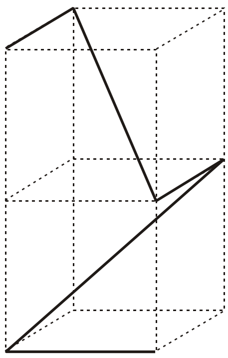
б)



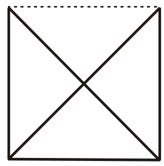
<u>*Решение.*</u>

Пространственная траектория Рыбки выглядит, как на рисунке в, а ответ приведен на рисунке г.

в)



г)



Задача 23.

Квадратный участок подводного царства оказался поделен судаками на 9 маленьких квадратов — *рис.1*. Известно, что в квадратике *д* обитают 15 судаков, в квадратике *е* — 9 судаков, а в квадратике *и* — 24 судака (*рис.2*). Сколько судаков обитает в каждом из остальных квадратиков, если числа соответствующие количеству судаков в квадратиках, образуют *магический квадрат* (такой, в котором сумма по всем строкам, столбцам и двум диагоналям одинакова)?

1)

а	*б*	*в*
г	*д*	*е*
ж	*з*	*и*

2)

	15	*9*
		24

<u>*Решение.*</u>

Заметим, что *ж* + 15 + *в* = 24 + 9 + *в* — *рис.3*. Откуда *ж* = 18. Тогда *а* + 2 + 18 = *а* + 15 + 24 (*рис.4*), откуда 2 = 21. Поскольку сумма во второй строке теперь известна: 21 + 15 + 9 = 45 — *рис.5* то определить количество судаков в остальных квадратиках нетрудно. Окончательное их распределение по квадратикам показано на *рис.6*.

3)

		в
	15	*9*
ж		*24*

4)

а		
г	*15*	
18		*24*

5)

21	*15*	*9*

6)

6	*27*	*12*
21	*15*	*9*
18	*3*	*24*

Задача 24.

Три группы Рыболовов поймали всего 113 рыб. Каждый Рыболов первой группы поймал по 13 рыб. Каждый во второй группе — по 5 рыб. А в третьей — по 4 рыбы. Сколько Рыболовов в каждой группе, если всего их 16 человек?

Решение.

Пусть x; y; z — число Рыболовов в группах. Тогда $x + y + z = 16$ и $13x + 5y + 4z = 113$. Или

$\begin{cases} 13x+5y+4z=113 \\ 4x+4y+4z=64 \end{cases}$, откуда $9x + y = 49$, или $9x = 49 - y$. Но $y < 16$ (т.к. $x + y + z = 16$) Значит, $33 < 49 - y < 49$. Так как $9x = 49 - y$, то $49 - y$ делится на 9. Следовательно, вариантов два: $9x = 36$ или $9x = 45$. Но при $9x = 36$: $x = 4$, $y = 13$, тогда $z = -1$ — не подходит.

$9x = 45$: $x = 5$; $y = 4$ и $z = 16 - x - y = 7$.

Задача 25.

В пруд пустили 30 щук, которые едят друг друга. Щука считается сытой, если она съела трех щук (сытых или голодных). Каково наибольшее число щук, которые могут насытиться? Съеденная щука учитывается при подсчете числа сытых щук.

Решение.

Если 7 щук насытятся (каждая съест по три голодные щуки, то останутся еще 2 голодные щуки ($30 - 7 - 7 \cdot 3$). Эти две смогут насытиться, если каждая съест по три щуки, которые только что насытились. Если предположить, что насытятся 10 щук, то съеденными окажутся не менее 30 щук, что невозможно.

Ответ. 9 щук.

Задача 26.

Рыболовы — участники соревнований по рыбной ловле — сидят либо на табуретках (3 ножки), либо на стульчиках (4 ножки). Когда сложили абсолютно все ноги (табуреток, стульчиков и Рыболовов), то их получилось 39. Сколько Рыболовов участвуют в соревновании?
Ответ. 7.

Задача 27.

Полный садок рыбы весит 15,5 кг, а заполненный рыбой только наполовину — 8 кг. Сколько весит пустой садок?

Ответ. 0,5 кг.

Задача 28.

Хвастунишка-Рыболов пригласил 11 Друзей отведать свежей рыбки. Хотя он самоуверенно пообещал подать к столу одиннадцать, поймал-то он всего три рыбы. Денег, чтобы докупить рыбу, у него не было. И все же он с честью вышел из положения, подав к столу одиннадцать. Как ему это удалось?

Подсказка. Вспомните о римских цифрах.

Задача 29.

Рыболов поймал 14 рыб: бычков, карасей, лещей. Причем бычков он поймал в 7 раз больше, чем карасей. Сколько лещей поймал Рыболов?

Ответ. 6 лещей.

Задача 30.

Рыболову сказали на рынке: "16 крючков стоят столько же, сколько крючков можно купить на 100 гривен. Сколько стоит крючок? "

Ответ. 2,5 гривны.

Задача 31.

Рыбоеду надо варить рыбу ровно 17 минут. Как это ему сделать, имея песочные часы на 7 минут и на 11 минут и ... ничего больше?

Задача 32.

В озере плавает кусочек хлеба: 2/3 его под водой, а 1/3 над водой.К нему подплывает рыбка и подлетает птичка. Они одновременно начинают есть, причем птичка ест в 2 раза быстрее. Кто из них съест больше?

Ответ. Птичка съест вдвое больше.

Задача 33.

Два Рыболова вместе поймали 70 рыб, причем 5/9 улова первого составляли бычки, а 7/17 улова второго составляли окуни. Сколько рыб поймал каждый из Рыболовов?

Ответ. 36 и 34 рыбы.

Задача 34.

Рыболов поймал четырех щук и еще половину улова. Сколько щук он поймал?

Ответ. 8 щук.

Задача 35.

В прошлом году на озере вырос один необычный цветок. Он стал размножаться, причем каждый день площадь, покрытая такими цветами, удваивалась. За 10 дней цветы покрыли все озеро и рыбачить стало невозможно. В этом году на озере выросли 2 таких цветка. За сколько дней они покроют все озеро?

Ответ. За 9 дней.

Задача 36.

Завершив ловлю, Рыболов решил бросить рыбам несколько опарышей "просто так". Сначала в очереди за опарышами плавали друг за дружкой несколько карасей. Потом между каждыми соседними "втерлись" по 2 окунька. Всего оказалось 19 рыб. Сколько из них карасей?

Ответ. 7.

Задача 37.

Рыболовы выловили 19 сомов весом 1 кг; 2 кг; 3 кг; 4 кг ... 19 кг. Смогут ли они разложить их по 10 садочкам, чтобы все садочки с сомами весили одинаково?

Ответ. Да.

Задача 38.

На свои денюжки Рыбоед может кушать 8 карасей и 7 окуней либо 5 карасей и 8 окуней. Сколько он мог бы купить одних карасей?

Ответ. 29 карасей.

Задача 39.

Рыба плывет по течению из А в В две минуты. А возвращается обратно — за 3 минуты. За какое время доплывет из А в В корочка хлеба?

Ответ. За 12 минут.

Задача 40.

Две стаи щук (серые и зеленоватые) враждуют друг с другом. В каждой стае по 100 особей. Сначала каждая серая щука попыталась съесть одного из неприятелей. Затем каждая уцелевшая зеленоватая попыталась съесть одну серую. Верно ли, что всего в живых осталось не меньше 100 штук?

Ответ. Верно!..

Г.Филипповский,

Русановский лицей,

г.Киев