

Пригоршня задачек с числом "7".

Число "7" почиталось с давних времен. В Египте оно было символом творчества, вечной жизни.

В Древней Греции выбирали 7 мудрецов. И чудес света было ровно 7. Рим стоял на 7 холмах. Дней в неделе 7. Цветов у радуги 7.

С Числом "7" связано большое количество поговорок: "семеро одного не ждут", "семь раз отмерь, один раз отрежь", "у семи нянек дитя без глазу", «семь пятниц на неделе», «семи пядей во лбу», «семь футов под килем» и другие. И сказок с цифрой «7» предостаточно: «Волк и семеро козлят», «Белоснежка и семь гномов», «Цветик-семицветик», «Семь путешествий Синдбада-морехода». И, конечно же, сказка о Храбром Портняжке, который «одним махом семерых побивахом»!..

Очевидно, математики тоже равнодушны к числу «7» и не оставляют его без внимания. Верим, что предлагаемая коллекция задач – тому подтверждение.

Задача 1.

Волк написал 7 писем для козлят $A; B; C; D; E; F; G$ и приготовил 7 конвертов также с адресами $A; B; C; D; E; F; G$. Однако, он вложил письма в конверты случайным образом. Какова вероятность, что ровно 6 писем будут вложены в предназначенные им конверты?

Решение.

Такая вероятность равна 0, поскольку если 6 из 7 писем попадут нужным адресатам, то и 7^{ое} письмо тоже!..

Задача 2.

Волк не может пробраться в домик к козлятам, поскольку для открытия замочка надо ввести код – число, состоящее из 7 цифр: двоек и троек. Замочек откроется, если двоек больше, чем троек, и само семизначное число делится на 3 и на 4. Если бы волк в свое время любил и изучал математику, то какой бы код он должен был набрать?

Решение.

Так как двоек больше, то их может быть 4, 5, 6 или 7. Однако по признаку делимости на 3 подходит лишь вариант из 6 двоек. По признаку делимости на 4 число, образованное последними двумя цифрами, должно делиться на 4. Значит, это 32. Тогда код для открытия замочка таков: 222232.

Задача 3.

Волк затеял сеанс одновременной игры в поддавки на 7 шахматных досках с козлятами $A; B; C; D; E; F; G$. Проигрывая на одной из досок, он умышленно заляпал ее мороженым и

предложил ничью. При этом он сослался на то, что количество испачканных клеток на 7 больше, чем чистых. Покажите, что волк говорит неправду.



Решение.

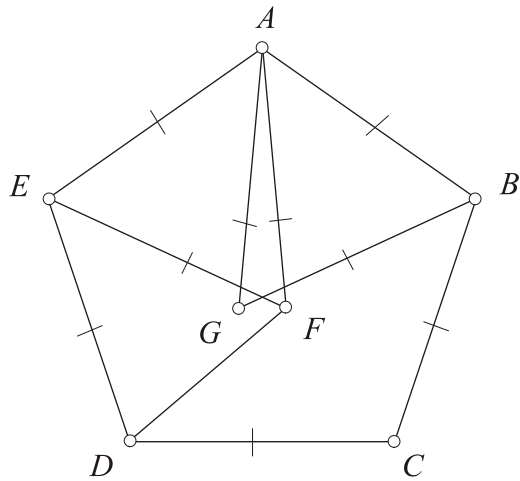
Так как 7 является разностью чисел разной четности, то их сумма нечетна и никак не может быть равной 64.

Задача 4.

Если семеро козлят A ; B ; C ; D ; E ; F ; G станут на лужайке так, что каких бы трех козлят ни выбрать, расстояние между двумя из них будет одинаковым, то волк не сможет причинить им вреда. Нарисуйте план безопасной расстановки козлят.

Решение.

План указан на рисунке.



Задача 5.

Белоснежка готовит обед для 7 гномов. Как ей отмерить 7 минут при помощи песочных часов, рассчитанных на 4 минуты и на 5 минут?

Решение.



Сначала Белоснежка запускает обе пары часов. По истечении 4^х минут переворачивает часы на 4 минуты. Через одну минуту закончится песок в пятиминутных часах. А в четырехминутных часах песка осталось на 3 минуты. В этот момент Белоснежка начинает отсчет времени: $3 + 4 = 7$ (мин.).

Задача 6.

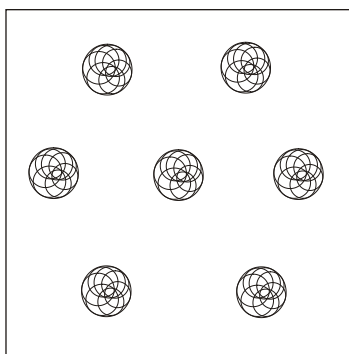
В сундучке лежат 7 белых и 7 зеленых шапочек для гномов. Сундучок находится в темном чулане. Какое наименьшее количество шапочек должна достать из сундучка Белоснежка (не зажигая свечу) чтобы среди них оказалось 7 шапочек одного цвета?

Решение.

Белоснежка должна достать 13 шапочек. Дело в том, что 12 шапочек может и не хватить, если выбранными окажутся 6 белых и 6 зеленых шапочек.

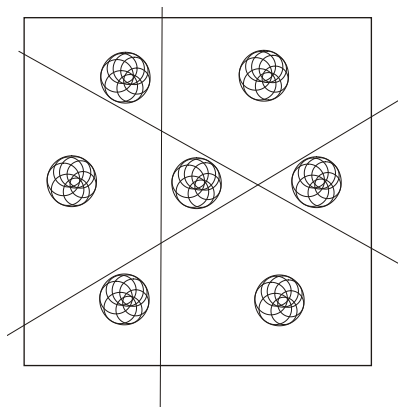
Задача 7.

Белоснежка испекла для гномов квадратный тортик и украсила его 7 розочками, как показано на рисунке. Помогите ей тремя прямыми разрезами разделить торт на 7 частей так, чтобы на каждой части была одна розочка.



Решение.

Это можно сделать так:



И ничего, что кусочки получатся разными. Ведь среди гномов есть те, что постарше (они съедят большие кусочки), и те, что помладше.

Задача 8.

Белоснежка пристально следит за тем, чтобы одежда гномов была чистой и опрятной. Для стирки она использует кусок мыла в форме прямоугольного параллелепипеда. После 7

стирок все размеры мыла (длина, ширина, высота) уменьшились в 2 раза. На сколько еще стирок хватит Белоснежке оставшегося куска?

Решение.

Поскольку все размеры уменьшились в 2 раза, то объем мыла стал составлять $\frac{1}{8}$

первоначального объема. Следовательно, за 7 стирок израсходовано $\frac{7}{8}$ объема мыла.

Значит, за 1 стирку расходуется $\frac{1}{8}$ объема. Тогда, очевидно, мыла Белоснежке хватит ровно на одну стирку.

Задача 9.

Вот что трое сказали о Храбром Портняжке:

1^{ый}: - Он убивает мух.

2^{ой}: - Он убил их больше семи.

3^{ий}: - Он убил их меньше семи.

Сколько мух убил Храбрый Портняжка, если только один из троих говорит правду?

Решение.

Если прав 1^{ый}, то Храбрый Портняжка убил ровно 7 мух. Если прав 2^{ой}, то правду говорит и 1^{ый}, чего быть не может. Если правду говорит 3^{ий}, то Храбрый Портняжка не убивает мух.

Ответ: 0 или 7 мух.

Задача 10.

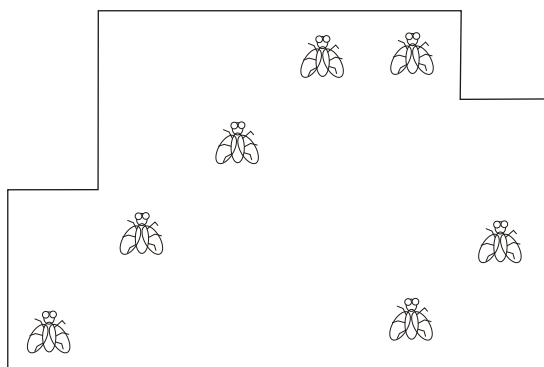
Стая мух заметила бутерброды и подлетела к ним. На каждый из бутербродов садилась половина всех летевших к нему мух да еще полмухи. Все мухи уселись на 7 бутербродов. Сколько мух в стае?

Решение.

Очевидно, количество мух нечетно (иначе: как полмухи могло сесть на бутерброд?) Добавим еще одну муху. Тогда на каждом бутерброде количество мух уменьшалось вдвое. Поскольку все мухи сели на 7 бутербродах, то их количество уменьшилось в $2^7 = 128$ раз. Следовательно, мух в данной стае 127.

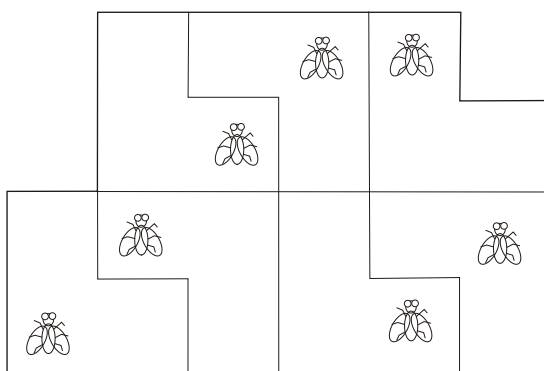
Задача 11.

После того, как Храбрый Портняжка одним ударом убил 7 мух вот на таком бутерброде, он решил угостить семерых лягушат бутербродом и мухами. Помогите ему разделить бутерброд на 7 равных частей так, чтобы в каждой находилось по одной мухе.



Решение.

Вот каким образом Храбрый Портняжка может это сделать!..



Лягушата довольны, и даже очень!

Задача 12.

В каждой клетке доски 7×7 находятся пока что неубитые Храбрым Портняжкой мухи. В какой-то момент все они взлетают, после чего каждая садится в клетку, соседнюю по стороне с той, из которой взлетела. Верно ли, что в какую-то клетку не сядет ни одной мухи?

Решение.

Выполним шахматную раскраску доски в черный и белый цвета. Получится 25 клеток черного цвета и 24 – белого. Очевидно, муха, взлетевшая с белой клетки, сядет на черную, и наоборот. Но с белых клеток взлетают 24 мухи. Поэтому они не смогут сесть на 25 клеток. Действительно, в какую-то клетку точно не сядет ни одной мухи.

Задача 13.

Барон Мюнхгаузен, тоже равнодушный к числу 7, решил вести себя в каждый из 7 дней недели таким образом: по понедельникам, средам и пятницам он говорит правду, а во все остальные дни – неправду. И вот однажды он сказал: «Завтра я собираюсь говорить правду!» В какой день недели он так сказал?

Решение.

Для того, чтобы высказывание Мюнхгаузена было истинным, необходимо, чтобы он говорил правду два дня подряд. Это противоречит условию. Чтобы его высказывание было ложным, необходимо два дня неправды. Такие два дня недели – суббота и воскресенье. Следовательно, фраза Мюнхгаузена была произнесена в субботу.

Задача 14.

А вот еще одна «история от Мюнхгаузена»: «Мой друг, известный римлянин, родился в 7^{ом} году до нашей эры, а умер в 77^{ом} году нашей эры. Причем в 77^{ом} году н.э. он успел отметить День рождения. Сколько лет он прожил?

Решение.

Так как нулевого года нашей эры не было, то число лет, прожитых римлянином, составляет $7 + 77 - 1 = 83$ года.

Задача 15.

Однажды турецкий султан попросил барона Мюнхгаузена подобрать из 7 цветов Радуги три цвета для трехцветного флага своего флота. Сколько способов было у барона для такого выбора?

Решение.

Для выбора первого цвета у Мюнхгаузена было 7 способов, второго – 6 способов, так как один цвет уже задействован. Для третьего – 5 способов. А всего $7 \cdot 6 \cdot 5 = 210$ способов.

Задача 16.

Сколько разных прямоугольников сможет составить барон Мюнхгаузен из 4^х отрезков, длины которых соответственно равны 7 см; 7,7 см; 7,07 см и 7,77 см?

Решение.

Ни одного! Противоположные стороны прямоугольника должны быть равны!..

Задача 17.

«Семеро смелых» - это Барон Мюнхгаузен и 6 его Друзей. По случаю встречи им хочется выпить шампанского. Однако все 7 бокалов стоят вверх дном. За один ход разрешается переворачивать ровно три бокала. Сумеют ли «семеро смелых» поставить за три хода все бокалы правильно и выпить шампанское?

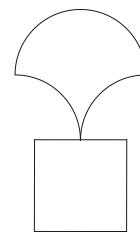
Решение.

Сумеют! И вот, например, как:

- 1^{ый} ход: переворачиваем бокалы 1; 2; 3;
- 2^{ой} ход: переворачиваем бокалы 3; 4; 5;
- 3^{ий} ход: переворачиваем бокалы 3; 6; 7.

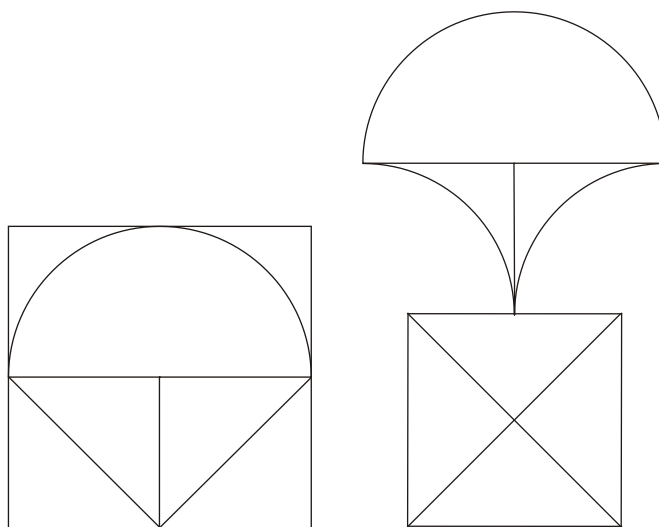
Задача 18.

Если барон Мюнхгаузен сумеет разрезать квадрат на 7 частей так, чтобы из них можно было сложить фигуру в виде парашюта с корзиной, то именно таким образом он спустится с Луны. Как же разрезать квадрат?



Решение.

Вот как!



Задача 19.

Вороне Бог послал 7 небольших кусочков сыра весом 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7 граммов. Как ворона должна разложить их на 4 равные по весу кучки?

Решение.

Вот такие 4 кучки:

$$7 + (1 + 6) + (2 + 5) + (3 + 4).$$

Задача 20.

Диалог покупателя (вороны) и продавца (лисички).

- Сколько стоит 7?



- Один кусочек сыра.

- А 77?

- Два таких же кусочка сыра.

Что покупается?

Решение.

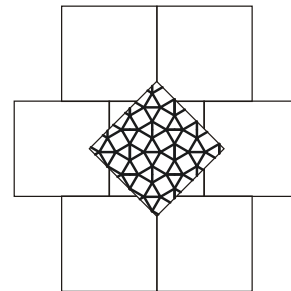
Ворона покупает номер для своего домика. Хочет либо 7, либо 77.

Задача 21.

У лисицы – один квадратный кусочек сыра «пармезан»; а у вороны – 7 таких же кусочков голландского сыра. Уговор такой: ворона должна положить на плоскость 7 кусочков голландского сыра, чтобы они не перекрывались. А затем лисичка должна положить на них кусочек «пармезана», чтобы он перекрывал хотя бы частичку каждого из 7 кусочков голландского сыра. Сможет лиса это сделать – все кусочки ее. Не сможет – все кусочки забирает ворона. Сможет?

Решение.

Лисичка сможет это сделать вот каким образом:



Задача 22.

В тридевятом королевстве 77 городов. Король приказал проложить между городами дороги так, чтобы из каждого города выходило ровно 7 дорог. Как подданным справиться с приказом короля?

Решение.

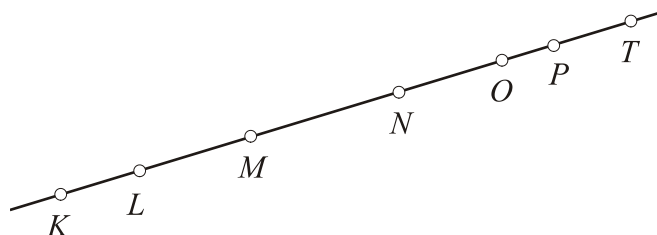
Подданные не смогут выполнить приказ короля. Так как из любого города должно выходить $77 \cdot 7$ дорог. Но при этом каждая дорога учтена дважды. Поэтому в королевстве должно быть проложено $\frac{77 \cdot 7}{2}$ дорог. Понятно, что это число не целое. Следовательно, выполнить приказ короля не удастся!..

Задача 23.

7 дворцов семи главных министров короля расположены вдоль прямой дороги. Это дворцы $K; L; M; N; O; P; T$, как показано на рисунке. В каком месте прямой (хотя бы и в

беседке между дворцами) министры должны провести важное совещание, чтобы сумма расстояний от этого места до всех дворцов была наименьшей?

Решение.



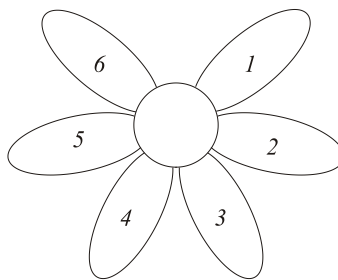
Нетрудно заметить, что для любой точки X отрезка MO имеем: $XM + XO = MO$; $XL + XP = LP$ и $XK + XT = KT$. Очевидно, это наименьшее суммарное расстояние до шести точек: M ; O ; L ; P ; K ; T . Действительно, например, для точки Y на отрезке LP , но вне отрезка MO имеем: $YL + YP = LP$; $YK + YT = KT$; а вот $YM + YO > MO$. Аналогично для любых других точек вне отрезка MO . Тогда для нахождения искомого места проведения совещания необходимо на отрезке MO найти точку, наименее удаленную от точки N . Тогда это – сама точка N . Стало быть, важное совещание министров необходимо провести во дворце N .

Задача 24.

Принцесса, дочь короля, всем претендентам на ее руку и сердце, предлагает такую задачу: вот ромашка, состоящая из 7 лепестков. За ход нашей с вами игры можно сорвать либо один лепесток, либо два соседних, если они находятся рядом с самого начала игры. Побеждает тот, кто срывает последний или два последних лепестка по соседству (если таковые имеются). Победите вы, вот вам моя рука и сердце. Сумею победить я, вам придется уйти восвояси. Начинайте!.. Заметим, что пока принцесса всегда выигрывает. Как ей это удается?

Решение.

После первого хода претендента принцесса срывает один или два соседних лепестка так, чтобы оказались две равные, не связанные друг с другом кучки. А затем она повторяет (симметрично) ходы противника. Очевидно, в какой-то момент она сорвет последний лепесток (два последних, если они находятся по соседству). Например, после первого хода



претендента получается такая картина:

Тогда принцесса срывает лепестки 3 и 4 и ждет хода партнера, чтобы выполнить симметричное действие.

Задача 25.

У короля есть 7 одинаковых на вид монет, среди которых 5 настоящих и 2 фальшивых (они одинаковые между собой по весу, но чуть полегче настоящим). За два взвешивания на чашечных весах без гирь король сумел выделить 3 настоящие монеты и рассчитался с заморским купцом. Как ему это удалось?

Решение.

Король занумеровал монеты и первое взвешивание сделал таким: $1; 2; 3 \vee 4; 5; 6$. Если $1; 2; 3 > 4; 5; 6$, то сразу ясно, что монеты $1; 2; 3$ – настоящие. Если $1; 2; 3 < 4; 5; 6$, то настоящими будут монеты $4; 5; 6$.

Пусть $1; 2; 3 = 4; 5; 6$. Тогда второе взвешивание: $1 \vee 2$. Если они равны, то настоящими монетами являются $1; 2; 7$. Если $1 > 2$, то настоящие: $1; 3; 7$. Если $1 < 2$, то настоящие: $2; 3; 7$ – настоящие.

Так что король тридевятого королевства оказался настоящим математиком!..

А теперь - в самый раз предложить плеяду задач с "семёркой" для самостоятельного решения...

Задача 26. 7 томов мемуаров Барона Мюнхгаузена стоят на книжной полке не по порядку, а вот как: 1 5 6 2 4 3 7. Разрешается брать любые три тома, не разъединяя их, и ставить в любое место между томами, или в самом начале, или в самом конце. Как расставить тома по порядку, действуя таким образом?

Задача 27. Король тридевятого царства претендентам на руку и сердце своей дочери-принцессы предлагает решить такую задачу: с помощью четырёх "семёрок", а также скобок и знаков арифметических действий - запишите все числа от 0 до 10. Попробуйте себя в роли претендента!..

Задача 28. Семеро козлят съедают 7 кочанов капусты за 7 минут. Если питаться с той же скоростью, то сколько козлят съедят 77 таких же кочанов капусты за 77 минут?

Задача 29. У двух лягушат - две кучки по 7 мух, образовавшихся после двух точных ударов Храброго Портняжки. За один ход можно съесть любое количество мух, но из одной кучки. Проигрывает тот из лягушат, кому нечего съесть. У кого из лягушат выигрышная стратегия - первого или второго?

Задача 30. У каждого из 7 гномов - свой сундучок со своим замочком и ключом. Белоснежка не знает, какой из ключей подходит к тому или иному замочку. Какое наименьшее количество испытаний (при отсутствии везения) ей придётся сделать, чтобы подобрать ключи к замкам?

Задача 31. Каждую минуту по одному морскому коньку отправляется в плавание из А в В. Одновременно и из В в А каждую минуту тоже отплывает морской конек. Плавание любого конька продолжается ровно 7 минут. Сколько морских коньков, плывущих ему навстречу, встретит конёк Фыр-Фыр, только что отплывший из А в В?

Задача 32. Волк и семеро козлят обменялись а) лапопожатиями; б) своими фотографиями. Сколько было: а) лапопожатий? б) фотографий ?

Задача 33. Барон Мюнхгаузен берётся найти дробь, равную $1\frac{1}{7}$, у которой числитель больше знаменателя. Не привирает ли он?

Задача 34. На вершине холма находится дворец принцессы. Известно, что на холм ведут 7 дорог. Сколько всего существует способов подняться на холм и опуститься с холма?

Задача 35. У Храброго Портняжки - 7 убитых крупных мух. Он хочет ими угостить 12 птенцов, чтобы всем досталось поровну. Как это сделать, если никакую муху нельзя разделить больше, чем на 4 равные части?

Задача 36. Ворона каркнула и заплатила 7 одинаковых кусочков сыра за третью часть каши, в которой было 400г крупы от 1-ой Лисички и 300г - от 2-ой. Как Лисички должны разделить между собой полученные кусочки сыра?

Задача 37. Каждый из 7 козлят либо лжёт либо говорит правду. Однажды каждый из 7 сидящих за круглым столом козлят сообщил: "Один мой сосед по столу сейчас лжёт, а другой говорит правду." Кто есть кто из тех козлят, что сидят за столом?

Задача 38. Сколько гор в тридевятом королевстве, если число гор в 7 раз больше последней цифры их количества?

Задача 39. На столике стоят вверх дном 7 стаканов. Белоснежка хочет поставить их правильно. Как ей это сделать, если за один раз можно переворачивать любые четыре стакана?

Задача 40. Непревзойдённый рыбак Барон Мюнхгаузен утверждает, что легко может сделать 7 из пойманных 4-х рыбёшек. Прав ли он, если о разрезании рыб не может быть и речи?

Г.Филипповский.
Рисунки Мирославы Свиридовой.